

CHƯƠNG I: PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG

§1. PHÉP BIẾN HÌNH. PHÉP TỊNH TIẾN

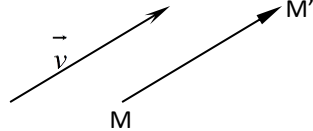
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:

I- Phép biến hình: là quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm duy nhất M' của mặt phẳng đó.

II- Phép tịnh tiến:

1. **Định nghĩa:** Trong mặt phẳng cho vector $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ gọi là phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$, kí hiệu là $T_{\vec{v}}$.

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$$



$\vec{v}$: vector tịnh tiến

2. **Tính chất:**

Tính chất 1: Nếu phép tịnh tiến biến M thành M' , N thành N' thì:

$$\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$$

Suy ra: $M'N' = MN$ (Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ).

Tính chất 2: Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. **Biểu thức tọa độ:** Giả sử $\vec{v} = (a; b)$

$$M(x; y) \xrightarrow{T_{\vec{v}}} M'(x+a; y+b). \text{ Hay: } \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

B. BÀI TẬP:

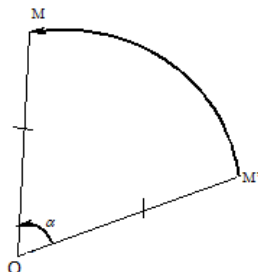
- Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $E(3; -5)$ và vector $\vec{v} = (1; -2)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến điểm E thành điểm F. Tìm tọa độ điểm F.
- Trong mặt phẳng Oxy, cho vector $\vec{v} = (2; -1)$, điểm $M(3; 2)$. Tìm tọa độ của các điểm A sao cho:
 - A là ảnh của điểm M trong phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.
 - M là ảnh của điểm A trong phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.
- Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2; -3)$ biến đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ thành đường tròn (C') có tâm I'. Tìm tọa độ của I'.
- Trong mặt phẳng Oxy, cho vector $\vec{u} = (3; -4)$. Tìm ảnh của các đường thẳng và đường tròn sau qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$:
 - $x - 2y + 1 = 0$
 - $2x + y + 3 = 0$
 - $x = 3$
 - $y = 2x + 1$
 - $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$
 - $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$
 - $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$
 - $(x-2)^2 + y^2 = 3$
 - $x^2 + y^2 - 6y + 1 = 0$
- (*) Tìm vector $\vec{v}$ biết phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$:

- a). Biến đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$ thành $d'_1: x - y + 5 = 0$ và biến đường thẳng $d_2: 2x + y - 11 = 0$ thành $d'_2: 2x + y + 1 = 0$
- b). Biến đường thẳng $d_1: x - y + 1 = 0$ thành $d'_1: x - y + 5 = 0$ và biến đường thẳng $d_2: 2x + 5y + 25 = 0$ thành chính nó.

§3. PHÉP QUAY

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:

I. Định nghĩa: Cho điểm O và góc lượng giác α . Phép biến hình biến O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM = OM'$ và góc lượng giác $(OM; OM')$ bằng α được gọi là phép quay tâm O góc α , kí hiệu $Q_{(O, \alpha)}$.



O : Tâm quay.

α : Góc quay.

II. Tính chất:

1. Tính chất 1: Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

2. Tính chất 2: Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

III. Biểu thức tọa độ:

• Phép quay tâm O góc quay 90° : $M(x; y) \xrightarrow{Q_{(O, 90^\circ)}} M'(-y; x)$.

Hay $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$

• Phép quay tâm O góc quay -90° : $M(x; y) \xrightarrow{Q_{(O, -90^\circ)}} M'(y; -x)$.

Hay $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$

B. BÀI TẬP:

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O góc quay:
 - 90°
 - -90°
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(2, -2)$ và đường thẳng d có phương trình $2x + y - 1 = 0$. Tìm ảnh của A và d qua phép quay tâm O góc quay 90° .
- Trong mặt phẳng Oxy. Tìm ảnh của các đường thẳng và đường tròn sau qua phép quay tâm O, góc quay -90°
 - $x - 2y + 1 = 0$
 - $2x + y + 3 = 0$
 - $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 - $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$
 - $(x - 2)^2 + y^2 = 3$
 - $x^2 + y^2 - 6y + 1 = 0$

§4. KHÁI NIỆM VỀ PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:

I. KHÁI NIỆM VỀ PHÉP DỜI HÌNH:

1. Định nghĩa: Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Nếu M' và N' lần lượt là ảnh của M và N qua phép dời hình F thì $M'N' = MN$.

Nhận xét:

- Phép tịnh tiến, phép quay đều là phép dời hình.
- Thực hiện liên tiếp hai phép dời hình thì được một phép dời hình.

2. Tính chất: Phép dời hình biến:

- a. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm.
- b. Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- c. Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến góc thành góc bằng nó.
- d. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

II. KHÁI NIỆM HAI HÌNH BẰNG NHAU:

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

B. BÀI TẬP:

1. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(2;1)$. Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay 90° và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;3)$ biến M thành điểm N. Tìm tọa độ điểm N
2. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $3x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d') là ảnh của (d) qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;-3)$ và phép quay tâm O góc quay -90° .
3. Tìm ảnh của đường thẳng $2x - 3y + 6 = 0$ qua phép dời hình có được bằng cách:

- a). Thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay 90° và phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (2;-4)$.
- b) Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;-5)$ và phép quay tâm O góc quay -90°

Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (1;-3)$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3;2)$.

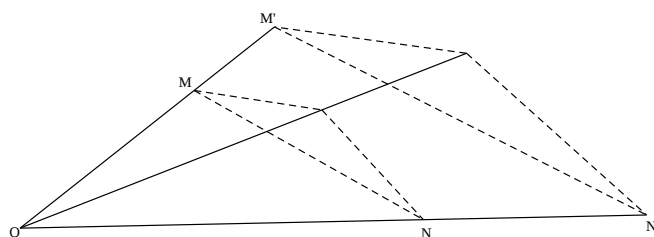
4. Tìm ảnh của đường tròn $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$ qua phép dời hình có được bằng cách:
- a). Thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay -90° và phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (-1;3)$.
- b) Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-1;-4)$ và phép quay tâm O góc quay 90°

Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (-1;3)$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (4;5)$.

§5. PHÉP VỊ TỰ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:

- I. **Định nghĩa:** Cho điểm O và số thực $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{OM'} = k \cdot \overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỉ số k, kí hiệu $V_{(O,k)}$.



O: Tâm vị tự.

k: Tỉ số vị tự

II. Tính chất:

1. **Tính chất 1:** Nếu vị tự biến M thành M' , N thành N' thì: $\overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN}$ và $M'N' = |k|MN$

2. Tính chất 2: Phép vị tự tỉ số k :

- a. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm.
- b. Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- c. Biến tam giác thành tam giác đồng dạng, biến góc thành góc bằng nó.
- d. Biến đường tròn thành đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k|R$.

III. Biểu thức tọa độ:

Với O là gốc tọa độ: $M(x; y) \xrightarrow{V(O, k)} M'(kx; ky)$. Hay $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$

B. BÀI TẬP:

1. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: -2x + y + 5 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , tìm phương trình của đường thẳng d' .
2. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự $V\left(O; -\frac{1}{2}\right)$.
3. Cho đường thẳng $d: 2x + y - 4 = 0$
 - a). Viết phương trình của đường thẳng d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = 3$.
 - b) (*) Viết phương trình của đường thẳng d_2 là ảnh của d qua phép vị tự tâm $I(-1; 2)$ tỉ số $k = -2$.
4. Tìm ảnh của các đường thẳng và đường tròn sau qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$:
 - a). $2x + y - 3 = 0$
 - b). $2x - 3y + 4 = 0$
 - c). $x^2 + y^2 - 8x - 3y = 0$
 - d). $x^2 + y^2 - 16x + 12y - 44 = 0$

§6. PHÉP ĐỒNG DẠNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:

I. Định nghĩa: Phép biến hình F được gọi là phép đồng dạng tỉ số k ($k > 0$) nếu với hai điểm M, N bất kì và ảnh M', N' tương ứng của chúng thì ta luôn có $M'N' = k.MN$.

Nhận xét:

- Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số 1.
- Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
- Thực hiện liên tiếp phép đồng dạng tỉ số k và phép đồng dạng tỉ số p ta được phép đồng dạng tỉ số pk .

II. Tính chất: Phép đồng dạng tỉ số k :

- a. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm.
- b. Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- c. Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó.
- d. Biến đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính kR .

III. Hai hình đồng dạng

Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

B. BÀI TẬP:

1. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; 2)$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số vị tự $k = -2$ và phép quay tâm O góc quay 90° sẽ biến M thành điểm N . Tìm tọa độ của N .

2. Cho đường thẳng $d: 2x + 3y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = 3$ và phép quay tâm O góc quay -90° .
3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có tâm $I(4;5)$ bán kính bằng 2.
- Viết phương trình của đường tròn (C) .
 - Viết phương trình đường tròn (C_1) là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc quay 90° và phép vị tự tâm O , tỉ số 2.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:

1. Phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (a; b)$: $M(x; y) \xrightarrow{T_{\vec{v}}} M'(x+a; y+b)$. Hay:
$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$
2. Phép quay tâm O góc 90° : $M(x; y) \xrightarrow{Q_{(O; 90^\circ)}} M'(-y; x)$. Hay
$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$$
3. Phép quay tâm O góc -90° : $M(x; y) \xrightarrow{Q_{(O; -90^\circ)}} M'(y; -x)$. Hay
$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$$
4. Phép vị tự tâm O tỉ số k : $M(x; y) \xrightarrow{V_{(O; k)}} M'(kx; ky)$. Hay
$$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

B. BÀI TẬP:

1. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-1; 2)$, đường thẳng $d: 3x + y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$. Tìm ảnh của A , d , (C) qua:
 - a). Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (2; 1)$
 Phép quay tâm O , góc quay 90° .
 Phép vị tự tâm O , tỉ số bằng -4 .
2. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x - y + 3 = 0$.
 - a). Viết phương trình đường thẳng d_1 là ảnh của đường thẳng d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc quay -90° và phép vị tự tâm O , tỉ số -3 .
 - b) Viết phương trình đường thẳng d_2 là ảnh của đường thẳng qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3; -4)$ và phép vị tự tâm O , tỉ số 2.
3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 8 = 0$.
 - a). Tìm tọa độ tâm I và bán kính của (C) .
 - b) Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số bằng 4.
 - c) Tìm tọa độ điểm I' là ảnh của I qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay 90° và phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (3; 6)$.